

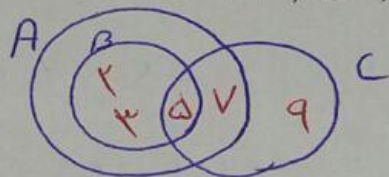
امتحان فصل ۱ ریاضی

به نام خدا
کلاس

نام و نام خانوادگی: ➔

- ۱- کدام یک از مجموعه های زیر تهی است؟ (۵-۱۵ نمره)
- الف) اعدادی که در شش هستند نه مضرب ۵ {۰}
- ب) اعداد اول بزرگتر از ۱۱ {۱۱}
- ج) {∅}
- د) اعداد اول بین ۸۹ و ۹۷

- ۲- مجموعه به اطلاعات داده شده، مجموعه ای نام برده را با نمودار دل غایتش، سپس مجموعه های را مشخص کنید. (۵-۱۵ نمره)
- $B \subseteq A, \forall x \in B, 9 \in C, 5 \in B \cap C, 9 \notin A$
- $\{2, 3\} \subseteq B, \{5, 7\} \subseteq C$



- ۳- الف) مجموعه ای زیر را با نموداری بنویسید. (۳ نمره)

$$A = \{0, 7, 24, 63, \dots\} \rightarrow \{x^3 - 1 \mid x \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \left\{-\frac{1}{5}, \frac{3}{11}, \left(-\frac{3}{5}\right)^{\frac{x-1}{4x+3}}, \frac{27}{19}, \dots\right\} \rightarrow \left\{(-1)^x \frac{3^{x-1}}{4x+3} \mid x \in \mathbb{N}\right\}$$

ب) مجموعه ای زیر را با اعضای آن غایتش دهید.

$$C = \left\{\frac{x^2-1}{(-1)^x} \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 3\right\} = \{-1, 0, 3, -8\}$$

$$D = \{y^x \mid x \in \mathbb{N}, 2x = y, x < 4\}$$

$x=1 \Rightarrow y=2$
 $x=2 \Rightarrow y=4$
 $x=3 \Rightarrow y=8$

$$D = \{2^1, 4^2, 8^3\}$$

- ۴- مجموعه $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 - 1 \leq 1\}$ چند زیر مجموعه ممکن دارد؟ (۱ نمره)

$$\Rightarrow A = \{-1, 0, 1\}$$

$x^2 \leq 2$
 $\Rightarrow$ تعداد زیر مجموعه ها
 $2^n = 2^3 = 8$ ممکن

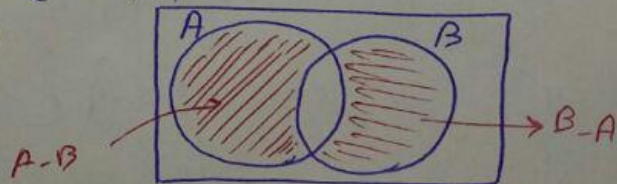
- ۵- اگر $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $A \cap B = \{3, 5\}$ آنگاه حاصل کیهان زیر

جست؟ (۱ نمره) $(A-B) \cup (B-A) = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 4, 6\}$

$$A = \{1, 2, 3, 5\}$$

راه دوم: با مثال حل کنید

$$B = \{3, 5, 4, 6\}$$



۶- اگر $A = \{a, \{a\}\}$ و $B = \{\{a\}, a-1\}$ باشد حاصل عبارت زیر چیست؟ (۱ نمره)

$$(A \cup B) - [(A - B) \cup (B - A)] = A \cap B = \{\{a\}\}$$

۷- اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ باشد، تعداد زیرمجموعه‌های A با این شرط که هیچ عضو آن ۲ برابر دیگری نباشد، حداقل چند عضوی است؟ (۵، ۱ نمره) **۶۷** گفتو

$\{4, 12, 16, 20, 28, 32, 44, 48, 52, 56, 64, 72, 80, 84, 92, 100\}$

۸- مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ چند زیرمجموعه دارد که مجموع کوچکترین و بزرگترین عضو آن برابر ۱۱ باشد؟ (۵، ۱ نمره)

$1, 10 \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $2, 9 \rightarrow \{2, 9\}$
 $3, 8 \rightarrow \{3, 8\}$
 $4, 7 \rightarrow \{4, 7\}$
 $5, 6 \rightarrow \{5, 6\}$

پس این مجموعه چند زیرمجموعه دارد به شرطی که شامل ۷ باشد ولی هیچ یکی از اعداد ۵، ۶ عضو آن نباشد؟ (۱ نمره)

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $\rightarrow \{2, 7\}$

۹- اگر $A_n = \{nk \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 5\}$ باشد حاصل $A_2 \cap A_3 \cap A_5 \cap A_7$ را حساب کنید (۲، ۵ نمره)

$A_2 = \{2k \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 5\} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
 $A_3 = \{3k \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 5\} = \{3, 6, 9, 12, 15\}$
 $A_5 = \{5k \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 5\} = \{5, 10, 15, 20, 25\}$
 $A_7 = \{7k \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 5\} = \{7, 14, 21, 28, 35\}$

$A_2 \cap A_3 \cap A_5 \cap A_7 = \emptyset$

۱۰- اگر دو مجموعه A و B دارای باشند حاصل $x+y+z$ را به دست آورید (۵ نمره)

$$A = \{ \{ \{ z-1, y+1 \}, \{ z \} \} \}$$

$$B = \{ \{ \{ 2, 1 \}, \{ y+1 \}, x+1 \} \}$$

$$x+1=2 \rightarrow x=1$$

$$z=y+1$$

$$\{ z-1, y+1 \} \Rightarrow z=2$$

$$\{ 2, 1 \} \Rightarrow y=1$$

$$x+y+z=1+1+2=4$$

۱۱- حاصل عبارات های زیر را به ساده ترین شکل بنویسید. (اثبات ریاضی) (۵ نمره)

الف) $[(A \cap B) - A] - [(A \cup B) - (A \cap B)] \Rightarrow \phi - [A - B] = \phi$
 $A \cap B \cap B' = \phi$

ب) $[A \cap B \cap (A - B)] \cup A \Rightarrow \phi \cup A = A$
 $A \cap B \cap A \cap B' = \phi$

ج) $[(A - B) \cup (B - A)] \cap (A \cap B)$
 $[(A \cap B) \cup (B \cap A)] \cap (A \cap B) = [A \cap B \cap A \cap B] \cup [A \cap B \cap B \cap A]$
 $\phi \cup \phi = \phi$

۱۲- اجتماع دو مجموعه A و B ۲۰ عضو دارد. به مجموعه A هشت عضو جدید اضافه می کنند. به اشتدال آنها ۲ عضو اضافه می کنند. اجتماع مجموعه B و مجموعه جدید A چند عضو دارد؟ (۵ نمره)

$n(A \cup B) = 20$ $n(A) = n(A) + 8$

$n(A \cap B) = n(A \cap B) + 2$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= n(A) + 8 + n(B) - n(A \cap B) - 2$

$= n(A) + n(B) - n(A \cap B) + 2 = 22$
 $n(A \cup B) = 20$

راه اول: چیل به اشتدال

۲ عضو اضافه می کنند یعنی این

۲ عضو از قبل در B بوده اند

پس فقط ۲ عضو جدید

اضافه می کنند این

$20 + 2 = 22$

۱۳- تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه $(n+1)$ کسوی ۸ برابر تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه

$(n-2)$ کسوی این. یک مجموعه n کسوی چند زیر مجموعه دارد؟ (۵ نمره)

$$\frac{2^{n+1}}{2} = 2^3 \Rightarrow 2^{n-2} = 2^3 \Rightarrow n-2 = 3 \Rightarrow n = 5$$

$$\left. \begin{aligned} (n+1)^2 &= (n+1)(n+1) = n^2 + 2n + 1 \\ (n-2)^2 &= (n-2)(n-2) = n^2 - 4n + 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (n+1)^2 - (n-2)^2 = 6n - 3$$

$$\begin{aligned} n &= 1 \\ 2^1 &= 2 \end{aligned}$$

۱۴- سوال امتیازی (۲ نمره)

به چند طریق می توان سه زیر مجموعه A و B و C از مجموعه $M = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ انتخاب کرد به طوری که رابطه $A \cap B = C$ برقرار باشد؟

ابتدا A و B همان زیر مجموعه M خواهد بود پس C مطمئناً زیر مجموعه

M خواهد بود. A و B هر کدام می توانند هر کدام از زیر مجموعه های M

باشند که برای هر کدام 2^{10} حالت وجود دارد پس تعداد کل

حالت ها برابر است با

$$2^{10} \times 2^{10} = 2^{20}$$

نمره حالت
برای A

حالت برای B

موفق باشید (صفای)