

- ۱- جملات صحیح و غلط را مشخص کنید (۱ نمره):
 الف) عبارت $\{x \mid x \text{ عدد طبیعی متوالی یک مجموعه است}$ می دهد. (ع...)
 ب) اگر $A \subseteq B$ باشد آنگاه $A \cup B = A$. (ع...)
 ج) مجموعه جواب $x^2 + 2 = 0$ دارای زیر مجموعه است. (ص...)
 د) مجموعه $\{\emptyset\}$ دارای یک عضو است. (ص...)

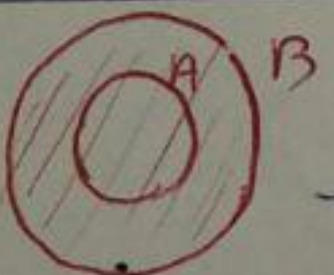
- ۲- جملات خالی را کامل کنید (۱ نمره):
 الف) اگر مجموعه A دارای یک زیر مجموعه باشد در انقضوت مجموعه A **بیشتر** اعضای A را دارد.
 ب) مجموعه $\{x \in \mathbb{N} \mid x = (-1)^n\}$ دارای **۲** عضو است.
 ج) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x, 2x+2\}$ دارای **۲** زیر مجموعه است.
 د) فضای نمونه ای به ترتیب 2 سکه یک تاس به طور همزمان، دارای **۲۴** عضو است.
 $n(S) = 2 \times 2 \times 6 = 24$ (تعداد بیش از 2 سکه)

گزینه مناسب را انتخاب کنید. (هر کدام ۵ نمره)

- ۳- چند زیر مجموعه به جای A می توان نوشت به طوری که $\{1, 2, 3\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 الف) ۸
 ب) ۲
 ج) ۴
 د) ۱۶
 $2^{5-3} = 2^2 = 4$

- ۴- چند زیر مجموعه برای $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ می توان نوشت به طوری که 2 را شامل شوند ولی 4 در آن ها نباشد؟
 الف) ۴
 ب) ۱۶
 ج) ۳۲
 د) ۶۴

- ۵- اگر $B = \{\emptyset, 5\}$ باشد کدام عبارت زیر مجموعه B نیست؟
 الف) ۵
 ب) $\emptyset$
 ج) $\{\emptyset\}$
 د) B

- ۶- اگر $A \subseteq B$ باشد حاصل $(B-A) \cup A$ کدام است؟
 الف) A
 ب) B
 ج) $\emptyset$
 د) M


- ۷- ۳ سکه را به طور هم زمان به ترتیب می کنیم مقدار حالت های نیشامد تصادفی کدام است؟
 الف) ۶
 ب) ۸
 ج) ۶۴
 د) ۲۵۶
 $n(S) = 2^3 = 8$ (تعدد)
 $2^8 = 256$ (تعداد زیر مجموعه)

۸- طرف دوم هرکدامی را معلوم کنید. (۱/۲۵ نمره)

$$\mathbb{N} - \mathbb{N} = \{0\}$$

$$\mathbb{N} \cup \mathbb{N} = \mathbb{N}$$

$$\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{\dots, -2, -1\}$$

$$\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$$

$$\mathbb{Q} \cap (\mathbb{Z} \cup \mathbb{N}) = \mathbb{Z}$$

۹- مجموعه‌های A, B, C را بنویسید. (۱/۵ نمره)

$$A = \left\{ \frac{x}{2} \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x < 3 \right\} \rightarrow \left\{ 0, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{2}{2}, \pm \frac{\sqrt{3}}{2}, \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, \pm \frac{\sqrt{5}}{2}, \pm \frac{\sqrt{8}}{2} \right\}$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, \sqrt{x-1} \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \{1, 2, 5, 10, 17, 26, 37, \dots\}$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, \frac{5}{x} \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \{\pm 1, \pm 5\}$$

۱۰- مجموعه‌های زیر را به زبان ریاضی بنویسید. (۱/۵ نمره)

$$A = \{5, -8, 11, -14, \dots\} = \{(-1)^x (3x+2) \mid x \in \mathbb{N}\} = \{(-1)^{x+1} (3x+2) \mid x \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{-1, 4, 25, 64, 121, \dots\} = \{x^2 - 2 \mid x \in \mathbb{N}\}$$

$$C = \{4, 10, 18, 28, \dots, 130\} = \{x(x+3) \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$$

۱۱- اگر $A = \{2, \{2\}, \{2, 2\}\}$ و $B = \{\{2\}, 3\}$ باشد اکتفای هر یک را بنویسید. (۱/۷۵ نمره)

$$A \cap B = \{\{2\}\}$$

$$A \cup B = \{2, \{2\}, 3\}$$

$$A - B = \{2\}$$

۱۲- اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 < x < 4\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x < 7\}$ باشد مجموعه‌های زیر را بنویسید. (۱-۱ نمره)

$$B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$A - B = \{-5, -4, -3\}$$

$$B - A = \{4, 5, 6\}$$

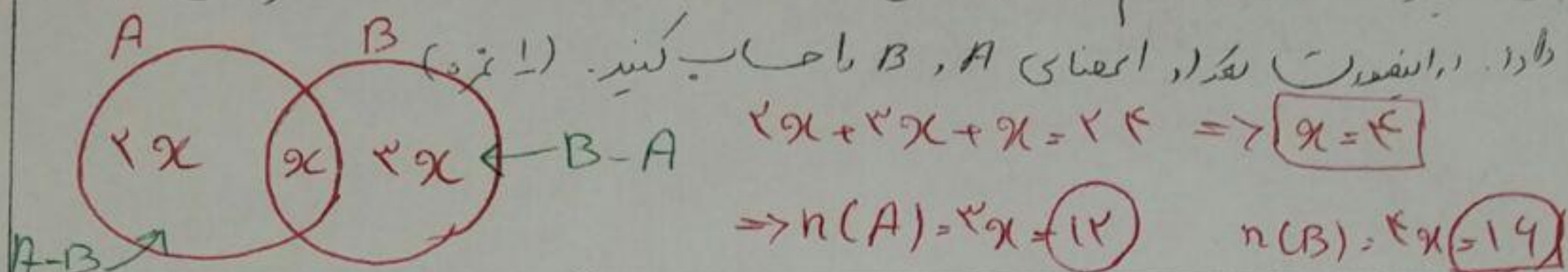
۱۳- اگر $A - B = \{4\}$ و $A \cap B = \{2, 3\}$ و $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ باشد مجموعه‌های

مجموعه‌های A, B را معلوم کنید. (۱-۱ نمره)

$$A = \{2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

۱۴- برای دو مجموعه A و B می دانیم $A \cup B$ دارای ۲۴ عضو، $A \cap B$ نصف $A - B$ و نیمی از $B - A$ عضو دارد. (۱ نمره)



۱۵- چهار کد را با هم به ترتیب می کنیم احتمال از زیر را حساب کنید: (۱۷۵ نمره)

الف، هر ۴ کدی که یکسان ظاهر شوند؟ $\frac{1}{16} = \frac{1}{8}$ یا (۲۲۲۲) یا (۴۴۴۴)

ب، حداقل یک کد رو ظاهر شود؟ معقم این باشد این است که احتمالاً رو نیاید که احتمال آن

بدایید یا $\frac{1}{16}$ این است $\Rightarrow 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

ج، حداقل یک کد رو ظاهر شود یعنی یا ۱ رو نیاید یا احتمالاً رو نیاید $\Rightarrow \frac{5}{16}$

(۲۲۲۲) (۲۲۲۲) (۲۲۲۲) (۲۲۲۲) (۲۲۲۲) $\Rightarrow \frac{5}{16}$

۱۶- ۵ گوی یکسان با شماره ۱ تا ۵ در ظرفی قرار دارند. به طور تصادفی ۲ گوی خارج می کنیم.

احتمال این که شماره ۴ی هر دو گوی همیشه از عدد ۵ باشد چقدر است؟ (۱ نمره)

گوی اول از بین ۵ گوی انتخاب می شود دلی گوی دوم $\frac{2}{4} \times \frac{4}{10} = \frac{2}{10}$

از بین ۹ گوی انتخاب می شود

۱۷- در انتخاب ۱ کارت از بین ۱۲ کارت با شماره ۴ می صفات، احتمال به مقدار از

بیشتر بداید $\frac{2}{3}$ است! (۱ نمره) همه زیر مجموعه های ۸ کفوی از $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

صفای نمونه دارای احتمال $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ هستند

$$\frac{12!}{8! \times 4!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2} = 99 \times 5 = 495$$

۱۸- اگر $A = \{\emptyset, a, \{\{a\}, b\}\}$ باشد، درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید (۱ نمره)

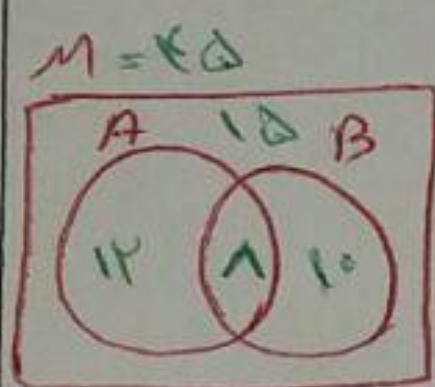
$n(A) = 4$ X $\{a\} \in A$ X $\{a\} \subseteq A$ V $\emptyset \in A$ V

۱۹- مجموعه $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ چند زیر مجموعه دارد که مجموع بزرگترین و کوچکترین

کفوی آن ۱۴ باشد؟ (۱ نمره)

$\left. \begin{array}{l} \{1, \dots, 13\} \rightarrow 2^5 \\ \{3, \dots, 11\} \rightarrow 2^3 \\ \{5, \dots, 9\} \rightarrow 2^1 \end{array} \right\} 2^5 + 2^3 + 2^1 = 32 + 8 + 2 = 42$

۲۰- اگر $n(A \cap B) = 8$, $n(A \cap B') = 12$, $n(A' \cap B') = 15$, $n(M) = 45$ باشد
 مطلوب است: $n(A - B) = 12$ $n(A \cup B) = 27$ (۵ نمره)



(ج) $n(A' \cup B') =$
 $n(A \cap B)' = 45 - 8 = 37$

(الف) $n(B') = 15 + 12 = 27$
 $n(A) = 12 + 8 = 20$

۲۱- طرف دوم کاری می‌زید را بنویسید (اثبات ریاضی) (۲۵ نمره)

$$\underbrace{(A' \cap \emptyset)'}_{A \cup \emptyset = A} \cap \underbrace{(M - A)}_{A'} = A \cap A' = \emptyset$$

$$\underbrace{((B - A) - A)}_{B - A} \cup \underbrace{(A \cup (A \cap B))}_A = (B \cap A') \cup A = (B \cup A) \cap \underbrace{(A \cup A')}_M = M \cap (B \cup A) = B \cup A$$

سوال استیاری (۱ نمره)

۲۲- در یک جعبه ۶ مداد رنگی و ۶ مداد پاک‌کنی متفاوت کنده شده‌اند. احتمال این که مداد آبی و مرکب‌کنار هم نباشند چقدر است؟

کل حالت: $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

برای این که مداد مرکب‌آبی کنار هم باشند این دو مداد را به هم بزنیم و یک مداد در نظر می‌گیریم و چون می‌توان جای مداد مرکب‌آبی را محدود نکرد باید مداد مرکب‌آبی را در ۲ صند کنیم $\Rightarrow 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

احتمال این که آبی و مرکب‌کنار هم باشند $= \frac{5!}{6!} = \frac{1}{6}$
 احتمال این که آبی و مرکب‌کنار هم نباشند $= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$
 سالم و موفق و شاد و جاشید

(مبارکی)